Jak się uczyć i jak uczyć innych.

Napisał

Adolf Dygasiński.

(Ciąg dalszy).

IV. Nauczanie w dalszym ciągu bierze sobie za przedmiot wykład planimetrji przedewszystkiem. Rozpoczyna ono od zasadniczych pojęć o wielkościach przestrzennych i ich wymiarach, przedstawia istotę powierzchni, linji, punktu, a umysł ucznia powołuje do matematycznych abstrakcyj. Ścisłe definicje i uporządkowane dowodzenia są tu teraz na miejscu, choć, jak już wspomnieliśmy, uzmysłowieniem gardzić nie należy.

Uczeń powinien skupiać uwagę, uczyć się ściśle wnioskować, a z abstrakcyjnych dowodzeń wynieść przekonanie, że na świadectwie zmysłów niezawsze można polegać. Prawidłowe przebiegi dowodzeń powinny się wyryć w jego umyśle jako metoda, którą on jednak zupełnie swobodnie rozporządza. Na rzut oka ma rozpoznawać prawdy, które nie potrzebują dowodzenia; w każdej chwili ma on panować nad swymi umysłowymi nabytkami i umieć się odnosić do prawd, poprzednio dowiedzionych, lub wyprowadzonych jako wnioski.

Naukę prowadzi się w całości tak ściśle i w takiem uzwiązkowaniu systematycznem, jak to ma miejsce przy każdem geometrycznem dowodzeniu. Od linij przechodzi się do kątów i ich miary, do linij równoległych, od trójkątów i twierdzeń o ich przystawaniu, do własności prostopadłych i pochyłych, do czworokątów, wielokątów, do koła, jego linij i kątów.

Rozwiązywanie zagadnień wykreślnych odgrywa tutaj dużą rolę, stanowi ono probierz osiągniętych przez nauczanie rezultatów, a z drugiej strony daje uczniowi możność zastosowania zdobytej wiedzy i jest polem dla umysłowej samodzielności. To też nauczaniu geometrji ciągle powinien towarzyszyć rysunek; rzecz prosta, iż i bez rachunkowych obliczań żadną miarą obejść się tu nie można.

V. Ten kurs rozpocznie od tego, czego poprzedni już dotknął, więc — od linij na kole i w kole, kątów w kole; następnie przejdzie do położenia, jakie zajmują koła względem siebie, do figur wpisanych w koło i na niem opisanych, do stosunku okręgu koła do średnicy. Wystąpi tu znowu obliczanie powierzchni figur płaskich. Nareszcie uczeń pozna twierdzenie Pitagorasa oraz to wszystko, co z niego wynika. Proporcjonalność i podobieństwo figur zamkną planimetrję, jaką młodzieży w wieku szkolnym wyłożyć można.

Zadania i wykreślenia, dające się tu zastosować, wykazują już znaczną różnicę w porównaniu z zadaniami, które uczeń przeprowadzał w kursach elementarnych, i tak:

Znaleść środek danego koła lub łuku. Przez dane trzy punkta poprowadzić okrąg koła. Nakreślić koło, mające środek w danym punkcie i styczne do danej prostej. Przez punkt, dany zewnątrz koła, poprowadzić styczną do okręgu. Wpisać w koło sześciokąt foremny i trójkąt równoboczny. Jeżeli promień koła ma 8 stóp długości, jak wielką jest powierzchnia koła? Mając daną powierzchnię koła, która wynosi np. 81 stóp kwadratowych, znaleść długość promienia. Zadania, odnoszące się do obliczenia powierzchni wielokątów nieforemnych. Zbudować kwadrat dwa razy większy od kwadratu danego. Obliczyć wysokość trójkąta równoramiennego, mając jego bok i podstawę. Obliczyć bok kwadratu, wpisanego w koło. Zamienić trójkąt różnoboczny na równoważny z nim trójkąt równoramienny. Dany prostokąt zamienić na równoważny z nim kwadrat. Do trzech danych prostych znaleść czwartą proporcjonalną. Daną linję prostą podzielić w danym stosunku. Obliczyć obwód trójkąta, jeśli wiadomo, że obwód podobnego mu trójkąta wynosi 24 stóp, a stosunek boków odpowiednich jest 4 : 5. Znaleść średnio proporcjonalną między dwoma odcinkami. Podzielić dany odcinek w stosunku średnim i skrajnym. Mając promień koła i bok wielokąta wpisanego, znaleść bok wielokąta opisanego o takiejże liczbie boków i t. d.

VI. Nauka stereometrji musi zacząć się od tego, aby uczniowie wyrabiali bryły geometryczne podług narysowanych sieci i ażeby sieci takie umieli sami przygotować.

Sądzimy, że kto z korzyścią dla swego umysłu nauczył się od dobrego nauczyciela kursu planimetrji, ten już do dalszych postępów w zakresie geometrji ma jako samouk dostatecznie otwartą drogę. Inaczej, przychodzi mocno powątpiewać, ażeby ktoś zupełnie nieprzygotowany mógł na tem polu wykształcić swój umysł.

Nauka o wielkościach przestrzennych, jak ze wszystkiego widać, powinna się prowadzić w pewnej równoległości odnośnie do postępów ucznia w nauce rachunków. Oprócz tego, nauczyciel elementarny niech nigdy nie zapomina, że nie należy czasu żałować na mierzenie i zmysłowe uwydatnienie stosunków przestrzennych.

Im kurs wyższy, tem nauczanie nabiera charakteru więcej abstrakcyjnego, wykład staje się w wyższym stopniu teoretyczny. Kto od abstrakcji zacznie, ten czas zmarnuje, a ucznia łatwo może zniechęcić.

Nie należy jednakże mniemać, że przedstawiony powyżej rozkład materjału geometrycznego na kursa jest wyłącznie praktykowany w nauczaniu. Pierwsza nauka o wielkościach przestrzennych może mieć inny jeszcze przebieg; mianowicie też porządkuje się i rozdziela cały materjał koncentrycznie, to znaczy, iż cała geometrja wykłada się w każdym kursie, lecz sposób wykładu jest coraz ściślejszy, występuje coraz większa ilość prawd, więc przedmiot nieustannie się rozszerza i staje się w nowem świetle.

O wartości koncentrycznego nauczania jużeśmy mówili, tu dodajemy tylko, że zastosowanie go do nauk abstrakcyjnych spotyka trudności. Elementarna nauka geometrji pokonała atoli w znacznej części owe trudności, dzięki temu, iż wielkości przestrzenne dają się w każdym razie uzmysłowić. Przedstawiamy tu zatem inny jeszcze plan nauczania (porówn. Dr. F. Dittes podług planu prof. Holzla).

I. Od samego początku stosuje się modele brył: sześcianu, równoległościanu, graniastosłupa trójściennego i wielościennego, walca, stożka, kuli. W figurach tych bierze się kolejno pod uwagę różne powierzchnie, linje, jako też punkta, będące granicami i miejscem przecięcia się linji. Widać z tego, że uczeń drogą analityczną ma tu pozyskać elementa nauki; ale w dalszym ciągu stosuje się także syntetyczne postępowanie i wtedy wykład przedstawia powstawanie linji, jako ruchu punktu, — płaszczyzn, jako ruchu linji, — brył, jako ruchu płaszczyzn (genetycznie).

Na te pierwsze, ważne lekcje należy użyć 2 do 3 ch miesięcy czasu.

Potem rozważa się *linje* ze względu na ich kształt, długość (mierzenie i miary) oraz wzajemne względem siebie położenie. Od linji przechodzi się do *kątów*, do ich rodzajów, miary podług stopni i wzajemnych ich stosunków (kąty wierzchołkowe, przyległe, naprzemianległe, naprzeciwległe), przyczem ma się także na uwadze ich równość i wzajemną zależność.

Z kolei rzeczy wykład uwzględnia *figury płaskie*, uklasyfikowane podług liczby boków; *trójkąt* rozpatruje się ze względu na boki, kąty oraz ze względu na jedno i drugie; poczem — suma kątów w trójkącie, — kąty zewnętrzne, — trójkąt, jako połowa *czworokąta* (przekątna).

Prócz tego, uczniowie wykonywują zadania wykreślne, co wszystko razem zajmie czas do końca pierwszego szkolnego półrocza, licząc tygodniowo dwie godziny na tę naukę.

W dalszym ciągu przedmiot nauczania stanowi: *przystawanie trójkątów* (przenoszenie jednych na drugie), — własności trójkąta *równoramiennego*, — stosunki, zachodzące między bokami i kątami trójkąta (przeciwprostokątne, ramiona kąta prostego). Przy *czworokątach* wykład obraca się około własności kwadratu, prostokąta, kwadratu ukośnego, trapezu oraz kątów w czworokątach. *Z wielokątów foremnych* nadają się tu sześciokąt i ośmiokąt (powstałe z trójkątów i czworokątów), ich przekątne, — suma kątów. *Podobieństwo* trójkątów wywodzi się z równości kątów.

Powyższy kurs popierają stosowne tu zadania wykreślne i rachunkowe.

II. W następnym roku nauczania geometrji nauczyciel zaczyna lekcje od obliczania powierzchni figur płaskich prostolinijnych: kwadratu i prostokąta — trójkąta prostokątnego; równoległoboku pochyłego i trójkąta, będącego jego połową. Potem idzie zamiana trapezu na trójkąt i obliczanie jego powierzchni; — zamiana wielokątów na inne figury o mniejszej ilości boków (nie zamienia się tu figur na kwadraty). Następuje twierdzenie Pitagorasa, które należy dowieść jak najprzystępniej i wyprowadzać z niego wnioski.

Koło trzeba traktować jako wielokąt foremny o bardzo wielkiej ilości boków, a jego powierzchownię — rozpatrywać z tegoż samego punktu widzenia. Obwód koła w stosunku do promienia i średnicy, co się okazuje przez mierzenie, dopełni kursu, wyłożonego w ciągu półrocza wraz z zastosowaniem zadań wykreślnych i rachunkowych.

W drugiem półroczu następuje obliczanie powierzchni brył graniastych, potem zaś — objętości graniastosłupów, czemu mają towarzyszyć liczne zadania, odrabiane przez uczniów. W następstwie chodzi znowu o obliczanie objętości i powierzchni walca oraz stożka, jako brył ograniczonych przez bardzo wielką ilość ścian. I to trzeba poprzeć zadaniami wykreślnemi oraz rachunkowemi. Nareszcie, całoroczny kurs kończy się na obliczaniu powierzchni i objętości kuli, według podanych formuł.

III. Kurs trzeci traktuje najprzód: bryłę, powierzchnię, linję, punkt. Przechodzi się stąd do kąta i oznaczenia go literami; następuje mierzenie linij prostych, przyczem wykład uwzględnia miary długości; rozpatruje się kierunek linij prostych, — kąty, między linjami prostemi zawarte. Mierzenie kątów prowadzi do okręgu koła, do jego półokręgu, do ćwiartki, do wycinka, odcinka, kąta, mającego wierzchołek we środku koła. Potem wykład traktuje kąty powstałe z przecięcia dwóch prostych przez trzecią, linje równoległe.

Zadania wykreślne i rachunkowe znowu się stosują.

Półroczny kurs zakończy na: trójkącie, jego definicji i własnościach, — na czworokątach, ich podziale podług boków i kątów, — na wielokątach foremnych i nieforemnych, ich przekątnych oraz sumie kątów.

Drugie półrocze tego samego kursu zajmie się najprzód przystawaniem trójkątów, bliżej uzasadniając cztery przystawania trójkątów; potem następuje twierdzenie, dotyczące trójkąta równoramiennego, a także łatwiejsze, lecz najważniejsze twierdzenia, odnoszące się do trójkątów w ogóle.

W związku z powyższem uczniowie odrabiają zadania wykreślne i rachunkowe.

Tu jeszcze należą: własności równoległoboków, czworokąt w ogóle, trapez, a także — zamiana czworokątów na trójkąty, na zasadzie twierdzeń o przystawaniu trójkątów.

I to należy poprzeć zadaniami wykreślnemi oraz rachukowemi.

Oprócz tego: podobieństwo trójkątów i proporcjonalność boków, związek pomiędzy kątami a proporcjonalnością boków w trójkątach.

IV. Obliczanie powierzchni figur płaskich prostolinijnych; porównanie trójkąta i równoległoboku, mającego z trójkątem jednakową podstawę, jednakową wysokość; a także — mającego odmienną podstawę, odmienną wysokość; stosunek powierzchni w wielokątach podobnych, twierdzenie Pitagorasa i jego zastosowanie. Zadania wykreślne i rachunkowe.

Nauka o kole: Punkt, linja prosta, kąt odnośnie do okręgu koła; wzajemne położenie dwóch kół względem siebie; wielokąty wpisane w koło i na niem opisane oraz wyprowadzenie ztąd stosunku średnicy do obwodu; mierzenie koła.

Zadania wykreślne i rachunkowe.

Drugie półrocze ma zupełnie podobny przebieg kursu, jak to było i w kursie drugim; jest on tu tylko rozszerzony, używa dowodzeń ściślej matematycznych a zadania stosuje trudniejsze.

Otóż powyższe postępowanie elementarnego nauczania geometrji można nazywać analityczno syntetyczno koncentrycznem, podczas gdy poprzednio wyznaczone kursy miały charakter syntetyczny. Oba te tryby mają swoje zalety i swoje wady. Postępowanie syntetyczne zaleca się większą ścisłością; ale uczeń potrzebuje dłuższego czasu, ażeby ogarnął całość. Koncentryczny znowu przebieg nauczania, — najwłaściwszy, gdy się go stosuje do nauki języka, historji, geografji, nauk przyrodniczych, — wcześnie pozwala uczniowi ogarnąć przedmiot, lecz grzeszy nieraz brakiem ścisłości, kiedy się go stosuje do nauk abstrakcyjnych. Brak ten spostrzega się wyraźnie przy nauczaniu algebry, gdzie właściwie tylko syntetyczne nauczanie jest możliwe.

Bieżąca literatura, odnoszącą się do nauki geometrji, jest następująca:

S. Dickstein — Początkowa nauka geometrji w zadaniach, podług W. G. Spencera (książeczka dużej wartości dla samouka); M. Jamróglewicz — Geometrja poglądowa dla użytku w klasach niższych szkół gimnazjalnych i realnych; A. O. Kamiński — Treść geometrji elementarnej, popularnie w 95-ciu rysunkach na oko pokazana; Dr. F. Mocnik — Geometrja poglądowa dla